

Ilmenauer Beiträge zur Wirtschaftsinformatik

Herausgegeben von U. Bankhofer; P. Gmilkowsky;
V. Nissen und D. Stelzer

U. Bankhofer, M. Wilhelm, G. Williner

Modelle und Methoden der Tourenplanung

Arbeitsbericht Nr. 2006-05, November 2006



Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Institut für Wirtschaftsinformatik

Autor: U. Bankhofer, M. Wilhelm, G. Williner

Titel: Modelle und Methoden der Tourenplanung

Ilmenauer Beiträge zur Wirtschaftsinformatik Nr. 2006-05, Technische Universität Ilmenau, 2006

ISSN 1861-9223

ISBN 3-938940-06-9

© 2006 Institut für Wirtschaftsinformatik, TU Ilmenau

Anschrift: Technische Universität Ilmenau, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften,
Institut für Wirtschaftsinformatik, PF 100565, D-98684 Ilmenau.
http://www.tu-ilmenau.de/fakww/Ilmenauer_Beitraege.1546.0.html

Gliederung

1	Problemstellung	3
2	Das Standardproblem der Tourenplanung	4
3	Varianten von Tourenplanungsproblemen	6
3.1	Literaturüberblick	6
3.2	Systematisierungsansätze	11
4	Verfahren der Tourenplanung	12
4.1	Exakte Verfahren	12
4.2	Heuristische Verfahren	15
5	Schlussbemerkungen	18
	Literaturverzeichnis	18

Zusammenfassung: Tourenplanungsprobleme bilden eine wichtige Klasse von „NP-schweren“ Problemen, die in der Praxis auch ihre weitgehende Anwendung finden. Hierbei handelt es sich in den meisten Anwendungsfällen um das Routen von Fahrzeugen, also das „Vehicle Routing“. Es soll eine kostenminimale zulässige Menge von Routen, unter Vorgabe bestimmter Bedingungen und Restriktionen, gefunden werden. In dieser Arbeit werden zunächst die aus der Literatur bekannten verschiedenen Varianten von Tourenplanungsproblemen dargestellt und systematisiert. Anschließend werden Modelle und Methoden der Tourenplanung, getrennt nach exakten und heuristischen Verfahren, beschrieben. Insbesondere verschafft die Arbeit einen Überblick über die Literatur zu Tourenplanungsproblemen der letzten Jahrzehnte.

Schlüsselworte: Tourenplanung, Tourenplanungsprobleme, Vehicle Routing, Zuordnungsprobleme, Rundreiseprobleme

1 Problemstellung

Unter Tourenplanung versteht man das Problem, eine möglichst gute Zuordnung von Fahrzeugen zu Aufträgen und für jedes Fahrzeug eine optimale Reihenfolge der zu bedienenden Auftragsstandorte zu finden. Die Lösung eines Tourenplanungsproblems hat meist zwei Aspekte: die Clusterung gibt an, welche Aufträge zu einer Tour zusammengefasst werden, und das Routing definiert, in welcher Reihenfolge die Punkte innerhalb einer Tour bedient werden. Zielsetzung einer Tourenplanung ist z.B. die Minimierung der Anzahl der eingesetzten Fahrzeuge, der zurückgelegten Strecke, der Einsatzzeit oder einer komplexen Kostenfunktion.

In der Realität wird diese Aufgabenstellung durch viele Restriktionen erweitert. Beispielsweise betrachtet man mehrere Depots, einen heterogenen Fuhrpark oder Vorrangbeziehungen zwischen Aufträgen. Eine andere mögliche Zusatzaufgabe ist die Betrachtung von Zeitfenstern, in deren Grenzen ein Fahrzeug beim Kunden eintreffen muss. Von dynamischer Tourenplanung spricht man, wenn sich die Auftragslage während der Planung dynamisch verändert, z.B. durch neu hinzukommende oder stornierte Aufträge.

Bisher wurden hunderte von Modellen und Algorithmen für die optimale und approximative Lösung verschiedenster Varianten von Tourenplanungsproblemen erarbeitet. Vor allem die in den letzten Jahrzehnten rasante Entwicklung leistungsfähiger Personalcomputer hat dazu beigetragen, dass mittlerweile Dutzende von Softwarepaketen zur logistischen Tourenplanung existieren und diese in vielen Bereichen ihren Einsatz finden. Werden diese

Probleme durch Anwendung von Lösungstechniken des Operations Research gelöst, so sind Kosteneinsparungen im Bereich von 5% bis 20% der gesamten Transportkosten keine Seltenheit. Dadurch kommt der logistischen Tourenplanung als Bestandteil der Distributionslogistik eine entscheidende Bedeutung zu, will man die gesamte logistische Wertschöpfungskette optimal gestalten.

Das Interesse an Lösungsverfahren für die logistische Tourenplanung ist aber nicht nur motiviert durch deren praktische Relevanz, sondern auch durch die Herausforderung, die die Tourenplanung aus mathematischer Sicht darstellt. Bereits das Standardproblem der Tourenplanung ist ein äußerst schwer zu lösendes sog. NP-schwieriges kombinatorisches Optimierungsproblem. NP-schwer bzw. NP-hard (von englisch NP-hard, abgekürzt Non-deterministic Polynomial-time hard) ist ein Begriff aus der Komplexitätstheorie innerhalb der Informatik und dient der Klassifizierung von Problemen, die im Sinne der formalen Theorie besonders aufwändig zu berechnen sind. Bei der Klasse der NP-schwierigen Probleme wird vermutet, dass für kein Problem dieser Klasse ein exaktes Lösungsverfahren existiert, dessen Zeitbedarf nicht exponentiell zur Problemgröße wächst. Obwohl eine Reihe größerer Tourenplanungsprobleme nachweisbar optimal gelöst werden konnte, existiert derzeit kein exaktes Verfahren, welches in der Lage wäre, Problemstellungen mit vielen Kunden durchwegs optimal zu lösen. Aus diesem Grund werden zur Lösung größerer Probleme meistens Heuristiken eingesetzt.

2 Das Standardproblem der Tourenplanung

Das Standardproblem der Tourenplanung (Vehicle Routing Problem, VRP) lässt sich formal auf einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit Knotenmenge $V = \{0, 1, \dots, n\}$ und Kantenmenge $E = \{(i, j) \mid i, j \in N, i < j\}$ definieren. Knoten 0 repräsentiert das Depot, in dem sich eine Menge von m homogenen Fahrzeugen mit beschränkter Kapazität befindet. Die verbleibenden Knoten bezeichnen die zu bedienenden Kunden.

Jedem Kunden ist eine nicht negative Nachfrage- oder Angebotsmenge und eine Servicezeit zugeordnet. Mit E wird eine symmetrische Kostenmatrix für die zumeist euklidischen Distanzen zwischen den Kunden sowie den Kunden und dem Depot assoziiert.

Das VRP besteht nun darin, eine Menge von maximal m Auslieferungs- oder Sammelrouten so zu konstruieren, dass die insgesamt anfallenden Fahrkosten minimiert werden und dass folgendes gilt:

- Jede Route beginnt und endet im Depot,
- Jeder Kunde wird genau einmal von genau einem Fahrzeug angefahren,
- Die Gesamtmenge einer Route übersteigt nicht die Fahrzeugkapazität.
- Die Gesamtdauer (Fahrzeiten und Servicezeiten) einer Route übersteigt nicht die maximale Gesamteinsatzzeit eines Fahrzeuges.

Die Anzahl der einzusetzenden Fahrzeuge ist dabei entweder gegeben oder wird als Entscheidungsvariable behandelt. Weiterhin wird implizit angenommen, dass alle Kunden entweder eine Menge anbieten (Sammelproblem) oder verlangen (Auslieferungsproblem), nicht aber beides.

Das VRP beinhaltet zwei grundlegende, voneinander abhängige Teilprobleme:

- Zuordnung der Kunden zu Fahrzeugen (Zuordnungsproblem)
- Bestimmung der Reihenfolge in der die Kunden eines Fahrzeuges bedient werden (Reihenfolgeproblem)

Liegt eine Zuordnung der Kunden zu den Fahrzeugen vor, so reduziert sich das Problem auf die Lösung entsprechender Reihenfolge- bzw. Rundreiseprobleme. Beim Rundreise- bzw. Handlungsreisendenproblem (Traveling Salesman Problem, TSP) gilt es, für einen Handlungsreisenden (respektive ein Fahrzeug) eine optimale Besuchsreihenfolge für eine gegebene Menge an Orten so zu bestimmen, dass jeder Ort genau einmal angefahren wird, der Handlungsreisende wieder an seinen Ausgangsort zurückkehrt und die Summe der zurückgelegten Entfernungen minimal ist.

Eine zulässige Lösung zu einem Problem der Tourenplanung wird als Tourenplan bezeichnet (vgl. Domschke, 1997, S 206).

3 Varianten von Tourenplanungsproblemen

3.1 Literaturüberblick

Um einen Einblick in den Variantenreichtum von Tourenplanungsproblemen zu geben, werden die bekanntesten nachfolgend aufgezeigt (vgl. Scheuerer, 2004).

Zeitfenster

Eine bedeutende Erweiterung des räumlich orientierten Tourenplanungsproblems ist die Integration zeitlicher Aspekte. Im Tourenplanungsproblem mit Zeitfenstern (Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW) kann ein Kunde ausschließlich während eines gegebenen Zeitintervalls, z.B. während der Öffnungszeiten oder den Stunden vor der Öffnung eines Ladens, bedient werden. Beispiele finden sich bei der Belieferung von Banken, der Postzustellung, der industriellen Abfallentsorgung, der Planung von Schulbusrouten und bei Situationen, in denen ein Kunde Zugang, Verifikation oder Zahlung bei Erhalt eines Produkts oder einer Leistung bereitstellen muss.

Zeitfenster können hierbei „hart“ oder „weich“ sein. Im Fall harter Zeitfenster muss ein Fahrzeug, welches zu früh eintrifft, bis zu Beginn des Kunden-Zeitfensters warten. Eine Ankunft beim Kunden nach dem spätmöglichen Beginnzeitpunkt ist hierbei unzulässig. Im Gegensatz dazu können im Fall weicher Zeitfenster die Kunden-Zeitfenster kostenpflichtig verletzt werden.

Wegen der hohen Bedeutung dieses Aspekts ist dem VRPTW sehr viel Aufmerksamkeit zugekommen. Für einen Überblick wird auf Cordeau et al. (2002), Bräysy und Gendreau (2001, 2004), Bergmann (1998) und Desrosiers et al. (1995) verwiesen.

Periodizität

Reale Planungssituationen verlangen oftmals neben einer täglichen Planung auch eine mehrtägige, wie z.B. wöchentliche Planung der Fahrten. Beispiele sind die Auslieferung von Öl, Benzin und industriellen Gasen, die Müllabholung, die Distribution von Getränken und die Sammlung von Rohmilch.

Das entsprechende Tourenplanungsproblem wird als periodisches Tourenplanungsproblem (Periodic Vehicle Routing Problem, PVRP) bezeichnet. Hierbei gilt es, Fahrtrouten für alle Tage eines gegebenen mehrtägigen Planungshorizonts unter Einhaltung gegebener Restriktionen zu bestimmen.

Depotvielfalt

Beim Mehrdepot Tourenplanungsproblem (Multi-Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP) operieren Fahrzeuge ausgehend von mehreren Depots. Jedes Fahrzeug ist dabei fest einem Depot zugeordnet und muss zu diesem Depot zurückkehren. Auch Versionen mit „offenen“ Depots, bei denen das Start-Depot nicht mit dem End-Depot übereinstimmen muss und Varianten ohne a priori Depotzuordnung der Fahrzeuge sind denkbar.

Heterogener Fuhrpark

Obwohl in den meisten theoretischen Modellen eine homogene Fahrzeugflotte angenommen wird, ist diese in der Praxis selten gegeben. Unterschiede finden sich z.B. in den Ausstattungen, Ladekapazitäten sowie Fahr- und Servicezeiten verschiedener Fahrzeuge. Am häufigsten wird eine Unterscheidung nach der Kapazität der Fahrzeuge vorgenommen. Dies wird beim Tourenplanungsproblem mit heterogenen Fahrzeugen (Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Vehicles, VRPHE) und Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem (FSMVRP) berücksichtigt. Wohingegen beim VRPHE die Anzahl an verfügbaren Fahrzeugen je Typ begrenzt ist und die beste Nutzung eines vorhandenen Fuhrparks im Vordergrund steht, ist die Zielsetzung beim FSMVRP einen Fuhrpark aus einer Menge gegebener Fahrzeugtypen optimal zusammenzustellen. Abhängig von der Problemstellung werden dabei differenzierte Kostenstrukturen betrachtet. Das VRPHE mit heterogenen variablen Kosten und ohne Fixkosten je Fahrzeugtyp wurde von Taillard (1999) vorgestellt. Ein neuerer Lösungsansatz stammt z.B. von Tarantilis, Kiranoudis und Vassiliadis (2004). Das FSMVRP wurde in seiner bekanntesten Form mit heterogenen Fixkosten und ohne Differenzierung der variablen Kosten erstmalig in der Arbeit von Golden et al. (1984) behandelt. Salhi et al. (1992) erweiterten den Ansatz und betrachteten eine Unterscheidung der variablen Kosten je Fahrzeugtyp. Neuere Ansätze zum FSMVRP stammen z.B. von Wassan und Osman (2002), Renaud und Boctor (2002), Han und Cho (2002), Liu und Shen (1999), Gendreau et al. (1999), Ochi et al. (1998a, 1998b) und Osman und Salhi (1996).

Kundenspezifische Fahrzeugwahl

Das ortsabhängige Tourenplanungsproblem (Site Dependent Vehicle Routing Problem, SDVRP) betrachtet ebenfalls einen heterogenen Fuhrpark, jedoch können bei dieser Problemstellung die Kunden nur von einer Teilmenge der gegebenen Fahrzeugtypen angefahren werden. Probleme dieser Art treten beispielsweise auf beim Einsatz von Fahrzeugen

mit speziellen Be- und Entladevorrichtungen, wie Hebebühnen oder Pumpen für Flüssigkeiten, Zusatzausstattungen oder Vorrichtungen für den Krankentransport. Die Arbeiten von Rochat und Semet (1994) und Sniezek et al. (2002) unterstreichen die hohe Praxisrelevanz dieses Problemtyps, dem in der Forschung bislang jedoch nur relativ wenig Aufmerksamkeit gewidmet wurde. Das SDVRP wurde erstmals von Nag, Golden und Assad (1988) untersucht und bekannte Lösungsverfahren stammen von Chao, Golden und Wasil (1998, 1999) und Cordeau und Laporte (2001). Letztere zeigen insbesondere, wie sich das PVRP, MDVRP und SDVRP ineinander überführen lassen und geben einen einheitlichen Lösungsansatz zu diesen Problemen.

Mehrfacheinsatz von Fahrzeugen

Bei Tourenplanungsproblemen mit Mehrfacheinsatz der Fahrzeuge (Multi Trip Vehicle Routing Problem, MTRVP) kann ein Fahrzeug mehrere Touren ausgehend vom Depot fahren, wobei eine Gesamteinsatzdauer des Fahrzeuges nicht überschritten werden darf. Ein Mehrfacheinsatz von Fahrzeugen erlaubt eine verbesserte zeitliche Fahrzeugauslastung und unter Umständen eine Einsparung einzelner Transportmittel. Dabei sind neben reinen Fahrt- und Bedienzeiten ggf. noch Aufenthaltszeiten im Depot zur Vor- und Nachbereitung der Fahrzeuge für jede weitere Tour zu berücksichtigen. Im Unterschied zu Vehicle Scheduling Problemen, bei denen die Touren fix gegeben sind und die Reihenfolgeplanung und Zuordnung der Touren zu Fahrzeugen im Vordergrund steht, betrachtet das MTRVP eine simultane Planung und Zusammenstellung der Touren. Probleme dieser Art treten häufig in der Praxis auf, z.B. bei der Auslieferung von Baustoffen an nahe gelegene Baustellen, dem Einsammeln von Rohmilch von nahe am Verarbeitungswerk gelegenen Milcherzeugern oder der Distribution von Gütern in Fahrzeugen geringer Kapazität, z.B. bei der Versorgung von Lebensmittelmärkten im Innenstadtbereich. Obwohl dies in der Realität gängige Praxis ist, finden sich in der Literatur relativ wenige Beiträge zu diesem Gebiet. Lösungsansätze stammen z.B. von Fleischmann (1990), Taillard, Laporte und Gendreau (1996), Golden, Laporte und Taillard (1997), Steckhan (1997), Brandão und Mercer (1997, 1998), Prins (2002), Petch und Salhi (2003) und im Rahmen einer Fallstudie von Tung und Pinnoi (2000).

Kantenorientierte Probleme

Im Vergleich zu den geläufigeren knotenorientierten Problemen werden die Kunden bei kantenorientierten Problemen der Tourenplanung (Arc Routing Problems) als Kanten eines

Graphen modelliert. Ziel ist die Ermittlung einer kostenminimalen Bedienung aller Kanten eines Graphen unter Einhaltung verschiedener Restriktionen. Probleme dieser Art finden sich z.B. bei der Abholung von Haushaltsmüll, der Postzustellung oder der Schneeräumung.

Auch Mischformen aus knoten- und kantenorientierten Problemen sind bekannt. Für einen Überblick zu Lösungsverfahren für diese Problemklasse wird auf Assad und Golden (1995), Dror (2000), Ghiani, Hertz und Laporte (2002) und Hertz (2002) verwiesen.

Pickup and Delivery Probleme / Auslieferung mit Rückfuhr

Anders als im VRP wird bei Pickup and Delivery Problemen eine Transportnachfrage durch Angabe der Standorte für Abholung (Pickup) und Ablieferung (Delivery) eines Gutes spezifiziert. Jede Ladung muss dabei von einem Fahrzeug direkt vom Ursprungsort zum Zielort transportiert werden. Bezieht sich der Transport auf Personen, so spricht man von einem Dial-a-Ride Problem. Dieses Problem wird z.B. von Desaulniers et al. (2002) sowie Cordeau und Laporte (2002) behandelt.

Beim Tourenplanungsproblem mit Backhauls wird die Kundenmenge in zwei Teilmengen unterteilt. Die erste Menge (linehaul customers) muss mit einem Produkt beliefert werden, wohingegen die zweite Menge (backhaul customers) ein Produkt zur Abholung bereitstellt. Aus praktischen Gesichtspunkten wird zumeist gefordert, dass die Auslieferung auf einer Route zeitlich stets vor Beginn der Abholung abgeschlossen sein muss. Einen Überblick zu dieser Variante geben Toth und Vigo (2002), Osman und Wassan (2002) sowie Casco, Golden und Wasil (1988).

Tourenplanung mit Lagerhaltung

Die Geschäftspraxis des Vendor Managed Inventory findet sich bei vielen industriellen Unternehmen. Darunter wird eine Situation verstanden, in der ein Lieferant das Lager seines Kunden führt, den Lagerbestand überwacht und den Zeitpunkt und die Menge der Lagerauffüllung bestimmt. Die Aufgabe, ein damit verbundenes Distributionssystem zu entwickeln, wird als Inventory Routing bezeichnet. Insbesondere gilt es zu beachten, dass hier nicht die Kunden, sondern die mit der Lagerhaltung beauftragte, ausliefernde Firma die Entscheidungen über Zeit- und Menge der Belieferung trifft, wobei der Mindestlagerbestand eines Kunden stets sichergestellt sein muss. Das Inventory Routing Problem beinhaltet also die Integration und Koordination zweier Komponenten der logistischen Wertschöpf-

fungskette: Lagerhaltung und Tourenplanung. Campbell, Clarke und Savelsberg (2002) und Campbell et al. (1998) geben einen Überblick zu Lösungsansätzen für diese Problemstellung.

Dynamische und stochastische Tourenplanung

Die meisten VRP Varianten betrachten Probleme deterministischer bzw. statischer Natur. Die zunehmende Bedeutung von Online-Diensten und Echtzeit-Anwendungen haben zu einem Anstieg an Fracht- und Flottenmanagement Systemen geführt, die unter dynamischen Konditionen operieren müssen. Beispiele hierfür sind der Einsatz von Rettungswagen und Taxis oder ein dringlicher Service im Rahmen von Vendor Managed Inventory Systemen.

Müssen Entscheidungen getroffen werden, bevor die notwendigen Informationen vollständig vorliegen, so handelt es sich um dynamische, real-time bzw. stochastische Tourenplanungsprobleme. Die stochastische Natur dieser Probleme kann hierbei verschiedene Formen annehmen. So können z.B. die Fahrtzeiten zwischen den Kunden, die Servicezeit, der Ort und die Menge eines Kunden variieren. Die Anpassung von a priori erstellten Tourenplänen erfolgt zumeist kontinuierlich durch rollierende Einplanung. Einen Überblick über Lösungsverfahren für diese Klasse von Tourenplanungsproblemen geben Psaraftis (1988, 1995), Gendreau, Laporte und Séguin (1996), Gendreau und Potvin (1998) sowie Ghiani et al. (2003).

Kombinierte Standort- und Tourenplanung

Das kombinierte Standort- und Tourenplanungsproblem ist eine Agglomeration zweier schwer lösbarer Probleme, nämlich dem Problem der Auswahl von Depotstandorten aus einer Menge von möglichen Standorten und dem Mehrdepot-Tourenplanungsproblem, falls die Depotstandorte bekannt sind.

Beide Probleme sind interdependent, da die Wahl der Depotstandorte die Tourenplanung maßgeblich beeinflusst und umgekehrt. Probleme dieser Art treten z.B. auf bei der Bestimmung neuer Auslieferungszentren im Konsumgüterbereich oder bei der Planung von Zustellbasen der Paketpost.

Um einen Einblick in Lösungsansätze zu diesem Problemtyp zu erlangen, wird auf Laporte (1988), Min, Jayaraman und Srivastava (1998), Bruns (1998), Tuzun und Burke (1999), Nagy und Salhi (1999), Klose (2001) sowie Ghiani und Laporte (2001) verwiesen.

Asymmetrie

In der Realität sind vor allem im städtischen Bereich die Verbindungen zwischen den Kunden sowie den Kunden und dem Depot selten durchwegs symmetrisch. Oft ergeben sich ungleiche Verbindungskosten aufgrund von Einbahnstraßen, Abbiegeverböten oder ähnlichen Verkehrsregelungen. Zu asymmetrischen Tourenplanungsproblemen wird verwiesen auf Toth und Vigo (1998a), Vigo (1996) sowie Bodin, Maniezzo und Mingozi (1999).

Multiple Restriktionen

Eine Kombination verschiedener Restriktionen findet sich häufig bei realen Anwendungsproblemen. Einen Einblick in die Komplexität praxisbezogener Anwendungen geben Golden und Wasil (1987), Rochat und Semet (1994), Golden, Assad und Wasil (2002), Sniezek et al. (2002), Campbell, Clarke und Savelsberg (2002), Hadjiconstantinou und Roberts (2002) sowie das Buch von Golden und Assad (1988). Weitere Beispiele sind u.a. auch der Bibliographie zu Tourenplanungsproblemen von Laporte und Osman (1995) zu entnehmen.

3.2 Systematisierungsansätze

Um die Vielzahl an Varianten von Tourenplanungsproblemen zu systematisieren, wurden verschiedene Klassifikations- und Überblicksschemen vorgeschlagen. Häufig herangezogen wird die grundlegende Taxonomie von Bodin et al. (1983) bzw. Bodin und Golden (1981), die elf Ausprägungscharakteristika vorsieht. Dazu zählen u.a. Größe der Fahrzeugflotte, Fahrzeugtypen, Standorte der Fahrzeuge, Art und Ort der Nachfrage, zugrunde liegendes Netzwerk und Zielsetzung der Planung. Für jede Ausprägung werden die Ausprägungsformen noch weiter verfeinert. Vergleichbare Aufstellungen finden sich z.B. bei Van Breedam (1995), Röscher (1993), Elchner (1989), Assad (1988), Hellmann (1984), Reichardt (1980) sowie Matthäus (1978). Die aufgeführten Schemen unterscheiden sich vor allem in den zugrunde gelegten Kategorisierungsmerkmalen und bieten vorwiegend einen Überblick über mögliche Ausprägungsformen von Tourenplanungsproblemen.

Desrochers, Lenstra und Savelsbergh (1990) hingegen schlagen ein formalisiertes Klassifikationsschema vor, das sich an der mathematischen Modellstruktur von Tourenplanungsproblemen orientiert. Dieses Schema wird z.B. bei Desaulniers et al. (1999) zugrunde gelegt. Vier Hauptcharakteristika werden unterschieden: Depot und Kunden, Fahrzeuge, Problem- oder Zusatzcharakteristik sowie vorgegebene Zielsetzung. Jede dieser Charakte-

ristika besitzt eine Menge von Attributen mit verschiedenen Ausprägungen. Das Schema erreicht wohl als einziges der hier genannten den Status eines wirklichen Klassifikationschemas, da es eine eindeutige Bestimmung eines Problems durch Angabe der Attributausprägungen ermöglicht. Zur Beschreibung wird von den Autoren eine Kurzschreibweise mittels eines 4-Tupels vorgeschlagen (vgl. Desrochers et al., 1990 sowie Domschke, 1997).

4 Verfahren der Tourenplanung

Im Wesentlichen lassen sich zwei Verfahrenskategorien zur Lösung von Tourenplanungsproblemen unterscheiden: Einerseits existieren exakte Verfahren, die eine optimale Lösung für eine vergleichsweise kleine Problemgröße berechnen können, jedoch dafür eine sehr hohe Rechenzeit in Anspruch nehmen und nur schwer an neue Nebenbedingungen anzupassen sind. Andererseits sind aus der Literatur zahlreiche heuristische Verfahren bekannt, die gute, aber in der Regel nicht optimale Lösungen liefern. Heuristiken sind in der Lage Lösungen für Problemgrößen weit über 100 Kunden zu finden, weisen zudem erheblich kürzere Rechenzeiten auf und können vergleichsweise einfach an neue Nebenbedingungen angepasst werden.

4.1 Exakte Verfahren

Das Entwickeln exakter Optimierungsverfahren für das VRP gehört zu den schwierigsten Aufgaben im Bereich des Operations Research. Vielleicht gerade deswegen existiert auf diesem Gebiet im Vergleich zu den heuristischen Verfahren relativ wenig Literatur (vgl. Landgraf, 1995, S. 14). Exakte Verfahren sind aber auf jeden Fall ein wichtiges Instrument, um wenigstens an kleineren und einfacheren Problemen die Lösungsgüte heuristischer Verfahren beurteilen zu können (vgl. Fleischmann, 1994, S. 217).

In der Literatur existiert keine einheitliche Klassifikation aller exakten Verfahren. Viele Autoren nennen neben dem wichtigsten Verfahren, dem Branch&Bound-Verfahren, noch zahlreiche andere Verfahren und Methoden, um das Tourenplanungsproblem zu lösen. Auf Basis der Arbeiten von Laporte (1992), Domschke (1997), Desrochers et al. (1988), Christofides (1985) resultiert der in der Abbildung 1 dargestellte Vorschlag für eine mögliche Klassifikation der exakten Verfahren.

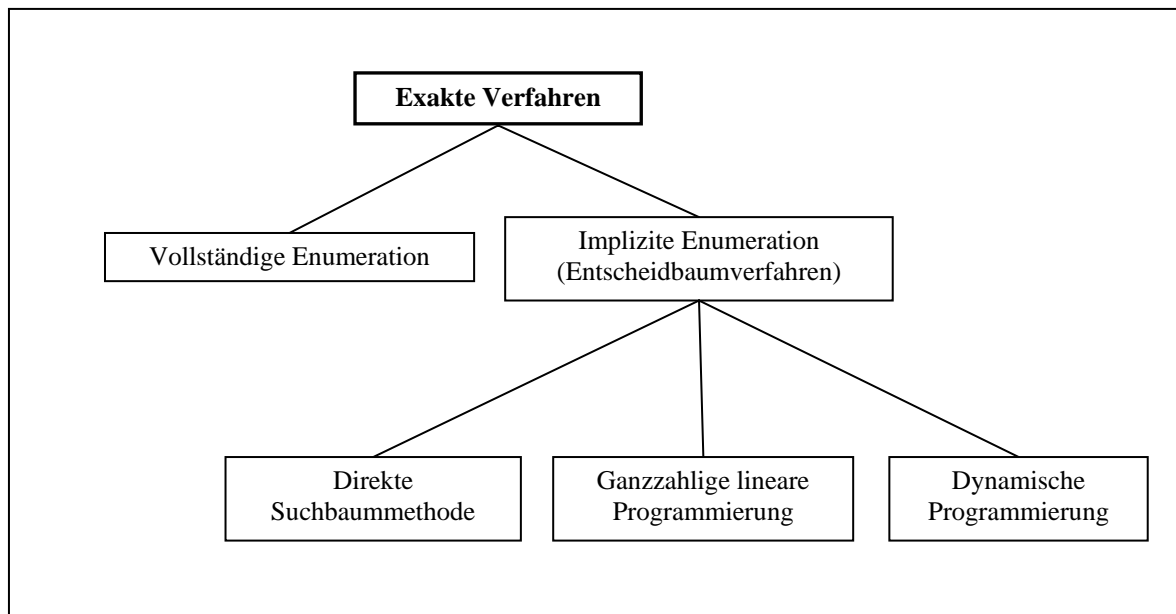


Abbildung 1: Klassifikation der exakten Verfahren

Die vorangehende Abbildung stellt lediglich eine grobe Klassifikation der verschiedenen exakten Verfahren dar. Die vollständige Enumeration wurde hier der Vollständigkeit halber aufgeführt. Die Vorgehensweise dieses Verfahrens besteht darin, alle möglichen Tourenpläne aufzustellen und daraus die günstigsten auszuwählen. Der Rechenaufwand ist aber bereits für relativ kleine Probleme enorm hoch, so dass dieser Ansatz für praktische Problemstellungen keine Relevanz besitzt. Bei der impliziten Enumeration, die sämtliche Suchbaumverfahren beinhaltet, werden zwar alle potentiellen Lösungen miteinbezogen, jedoch kann oft ein Grossteil dieser Lösungen von der expliziten Untersuchung ausgeschlossen werden. Wie aus der Abbildung 1 ersichtlich, unterteilt sich die implizite Enumeration in drei Hauptkategorien. Die aus der Literatur bekannten exakten Lösungsverfahren werden in der nachfolgenden Tabelle 1 mit Hilfe dieser drei Hauptkategorien klassifiziert und eingeteilt.

	Verfahren	Problemart	Literaturverweis
Direkte Suchbaummethoden	Branch&Bound-Verfahren von Fisher	VRP	Fisher (1994)
	Branch&Bound-Verfahren von Fischetti et al.	asymmetrisches CVRP	Fischetti et al. (1994)
	Branch&Bound algorithm	VRP	Laporte et al. (1986)
	k-degree center tree	symmetrisches VRP	Christofides et al. (1981a)
	Branch&Bound method von Baker	TSPTW	Baker (1983)
	Branch&Cut	CVRP	Ralphs et al. (2001)
	<u>Berechnung der unteren Schranke</u>		
	Relaxation als lineares Zuordnungsproblem	asymmetrisches CVRP	Fischetti et al. (1994)
	Relaxation mit unzulässigen Pfeilmengen	asymmetrisches CVRP	Fischetti et al. (1994)
	Relaxation als Minimalkosten-Flussproblem	asymmetrisches CVRP	Fischetti et al. (1994)
	Lagrange-Relaxation	symmetrisches CVRP	Fisher (1994)
	Network Relaxation	m-TSPTW	Desrosiers et al. (1985)
	Lagrangian decomposition	VRPTW	Guignard (1984)
		VRPTW	Jörnsten et al. (1985)
Ganzzahlige lineare Programmierung	Set-Covering Ansatz	VRP	Balinski and Quandt (1964)
		VRP	Agarwal et al. (1989)
	Set-Partitioning-Ansatz	VRP	Balinski and Quandt (1964)
		VRP	Agarwal et al. (1989)
		VRPTW	Desrosiers et al. (1984)
		VRPTW	Desrochers et al. (1988, 1992)
		VRPTW	Dell et al. (1996)
		MDVPR	Ribeiro and Soumis (1994)
	Spaltengenerierung	VRP	Rao and Zionts (1968)
		VRP	Foster and Ryan (1976)
		VRP	Orloff (1976)
		VRP	Desrosiers et al. (1984)
		VRP	Agarwal et al. (1989)
		VRP	Desrochers et al. (1990)
		VRP	Haouari et al. (1990)
	Three-index vehicle flow formulation	CVRP, VRPTW	Fisher and Jaikumar (1978, 1981)
	Two-index vehicle flow formulation	symmetrisches CVRP	Laporte et al. (1985)
Dynamische Programmierung	Dynamische Programmierung	VRP	Eilon et al. (1971)
		single-vehicle DARP	Psaraftis (1983)
		TSPTW	Christofides et al. (1981b)
	<u>Berechnung der unteren Schranke</u>		
	State-space relaxation	CVRP	Christofides et al. (1981b)
	Two-level State-space relaxation	VRPTW	Kolen et al. (1987)

Tabelle 1: Überblick über die exakten Lösungsverfahren ¹

¹ CVRP = Capacitated Vehicle Routing Problem, TSPTW = Traveling Salesman Problem with Time Windows, m-TSPTW = multiple Traveling Salesman Problem with Time Windows, MDVPR = Multiple Depot Vehicle Routing Problem, DARP = Dial-a-Ride Problem.

4.2 Heuristische Verfahren

Wie bereits erwähnt, unterscheiden sich heuristische Verfahren von den exakten Verfahren im Wesentlichen dadurch, dass sie keine Garantie dafür bieten eine optimale Lösung des betrachteten Problems zu finden. Heuristiken beinhalten bestimmte Vorgehensregeln zur Lösungsfindung bzw. -verbesserung, die hinsichtlich des angestrebten Ziels und unter Berücksichtigung der Problemstruktur als sinnvoll, zweckmässig und erfolgsversprechend erscheinen (vgl. Domschke, 1997, S. 21).

Wie die Klassifikation der exakten Verfahren stellt auch die Klassifikation der heuristischen Verfahren eine nicht eindeutig lösbare Aufgabe dar. In der Literatur werden die Heuristiken recht uneinheitlich eingeteilt und zudem existiert eine fast unüberblickbare Zahl an publizierten Heuristiken. Die Klassifikation der Heuristiken wird in der nachfolgenden Abbildung 2 dargestellt und beruht weitgehend auf den Arbeiten von Laporte et al. (1999), Gietz (1994), Domschke (1997) und Fleischmann (1994).

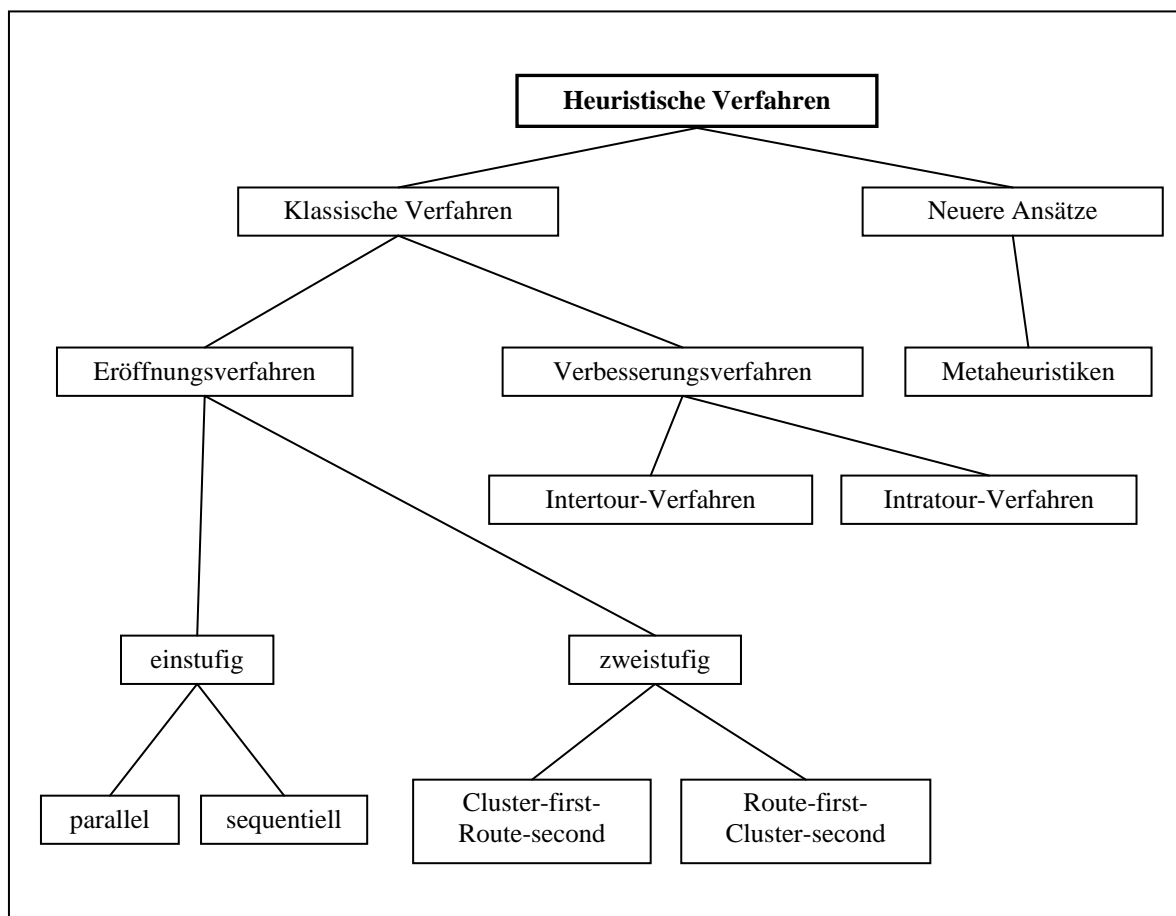


Abbildung 2: Klassifikation der heuristischen Verfahren

Die heuristischen Verfahren lassen sich zunächst grob in zwei Gruppen einteilen: klassische Verfahren und neuere Ansätze, zu denen im Wesentlichen Metaheuristiken zählen. Metaheuristiken sind neben der stochastischen Komponente insbesondere auch dadurch gekennzeichnet, dass sie im Gegensatz zu den klassischen Verbesserungsverfahren vorübergehende Verschlechterungen von Lösungen zulassen. Diese Ansätze haben vor allem in den letzten Jahren eine intensive Betrachtung in der Literatur erfahren, während die klassischen Verfahren im Wesentlichen zwischen 1960 und 1990 entwickelt wurden (vgl. Laporte et al., 1999, S. 1). Die meisten heute in der Praxis verwendeten und wohl bekanntesten Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren zählen zu dieser Klasse. Die Eröffnungsverfahren dienen zur Bestimmung einer (ersten) zulässigen Lösung des betrachteten Problems. Verbesserungsverfahren gehen von einer zulässigen Lösung aus und versuchen, diese schrittweise zu verbessern. Sie werden demzufolge üblicherweise im Anschluss an ein Eröffnungsverfahren angewendet.

Wie bereits erwähnt, besteht ein Tourenplanungsproblem aus den zwei Teilaufgaben „Zuordnung der Kunden zu einer Tour“ und „Bestimmung einer Route für jede Tour“. Eröffnungsverfahren der Tourenplanung heißen einstufig, wenn die beiden Teilprobleme simultan gelöst werden. Zweistufige Verfahren lösen entweder zuerst eine große Rundreise mit sämtlichen beteiligten Kunden („route first“), die sie in einem zweiten Schritt in kleinere Touren zerlegen („cluster second“); oder sie gruppieren zunächst die Kunden („cluster first“) und bestimmen anschließend die Belieferungsreihenfolge innerhalb jeder Kundengruppe („route second“). Das Route-first-Cluster-second-Verfahren kommt vor allem bei kantenorientierten Tourenplanungsproblemen zum Einsatz. Das Cluster-first-Route-second-Verfahren wird sehr oft für die in dieser Arbeit in erster Linie betrachteten knotenorientierten Probleme vorgeschlagen (vgl. Gietz, 1994, S. 26).

Die einstufigen Eröffnungsverfahren lassen sich in parallele und in sequentielle Verfahren unterscheiden. Bei den parallelen Methoden werden alle Touren bzw. Kundengruppen simultan, d.h. gleichzeitig geplant, während es bei den sequentiellen Verfahren immer nur eine Tour bzw. Kundengruppe zu bearbeiten gilt.

Die Verbesserungsverfahren können in Intertour-Verfahren und Intratour-Verfahren unterteilt werden. Intratour-Verbesserungsverfahren ändern die Belieferungsreihenfolge innerhalb einer einzelnen Tour. Änderungen, die zwischen mehreren Touren gleichzeitig erfolgen, sind Kennzeichen der Intertour-Verfahren.

Nachfolgende Tabelle 2 zeigt einen Überblick über die heuristischen Verfahren für das einfache Standardproblem der Tourenplanung (VRP). Die Zusammenstellung basiert auf den Arbeiten von Laporte et al. (1999), Laporte (1992), Cordeau et al. (2002), Domschke (1997), Gietz (1994) sowie Van Breedam (2002).

Eröffnungsverfahren	
<u>einstufig</u>	
Savings-Algorithmus	Clarke and Wright (1964)
<u>Modifikationmöglichkeiten des Savings</u>	
Parametrisches Savingsverfahren nach Paessens	Paessens (1981, 1988)
Sequentielle Savings	Gaskell (1967), Yellow (1970), Webb (1972), Ziegler et al. (1988)
Parallel Savings Algorithm (PSA) - Matching Algorithm	Altinkemer and Gavish (1991), Desrochers and Verhoog (1989), Wark and Holt (1994)
Savings und unvollständig ausgeführtes Branch&Bound	Holmes and Parker (1976)
Nearest Neighbor - Bester Nachfolger	Tyagi (1968)
Sequential Nearest Neighbor Heuristic	Van Breedam (2002)
Parallel Nearest Neighbor Heuristic	Van Breedam (2002)
Insertion - Sukzessive Einbeziehung	Mole and Jameson (1976)
Sequential Insertion Heuristic	Van Breedam (2002)
Parallel Insertion Heuristic	Van Breedam (2002)
Parallel Assignment-based Insertion Heuristic	Savelsbergh (1990a)
<u>zweistufig (Cluster-first-Route-second)</u>	
Sweep-Algorithmus	Gillett and Miller (1974)
<u>Erweiterung des Sweep-Algorithmus</u>	
1-Petal-Algorithmus	Foster and Ryan (1976), Ryan et al. (1993)
2-Petal-Algorithmus	Renaud et al. (1996b)
Der Fisher und Jaikumar Algorithmus (Generalized Assignment heuristic)	Fisher and Jaikumar (1981)
Location-based heuristic	Bramel and Simchi-Levi (1995)
Der 2-Phasen-Algorithmus von Christofides, Mingozzi & Toth	Christofides et al. (1979)
Verbesserungsverfahren	
<u>Intra-Tour-Verfahren</u>	
r-opt-Verfahren	Christofides and Eilon (1972), Russell (1977)
2-opt-Verfahren	Croes (1958)
3-opt-Verfahren	Lin (1965)
4-opt-Verfahren	Renaud et al. (1996a)
Or-opt-Verfahren	Or (1976)
Methode von Lin und Kernighan	Lin and Kernighan (1973)
Unstringing-Stringing-Heuristik	Gendreau et al. (1992)
<u>Inter-Tour-Verfahren</u>	
b-zyklisches r-Transfer-Schema	Thompson and Psaraftis (1993)
2-zyklischer Austausch (string-cross, string-exchange, string-relocation)	Van Breedam (1994)
Crossover, Customer Exchange, Customer Relocation	Kinderwater and Savelsbergh (1997)
Int-opt-Verfahren	Savelsbergh (1991)
Metaheuristiken	
Tabu Search	Glover (1986)
Taburoute algorithm	Gendreau et al. (1994)
Taillard's Algorithm	Taillard (1993)
Xu and Kelly's Algorithm	Xu and Kelly (1996)
Rego and Roucairol's Algorithm	Rego and Roucairol (1996)
The Adaptive Memory Procedure	Rochat and Taillard (1995)
The Granular Tabu Search	Toth and Vigo (1998)
The Unified Tabu Search	Cordeau et al. (2001)
Simulated Annealing	Van Breedam (1994)
Genetische Algorithmen - Evolutionäre Algorithmen	Holland (1975), De Jong (1975), Goldberg (1989)
Neuronale Netze	Mundigl (1995)
Ameisensysteme	Bullnheimer et al. (1997)

Tabelle 2: Überblick über die heuristischen Lösungsverfahren für das VRP

5 Schlussbemerkungen

Für das Tourenplanungsproblem existieren viele wissenschaftliche Arbeiten über exakte und heuristische Lösungsverfahren. Exakte Verfahren sind vorzuziehen, falls die Größe eines gegebenen Problems bewältigt werden kann. In der täglichen Praxis ist dies aufgrund der Vielzahl zu beachtender Restriktionen im Allgemeinen jedoch nicht möglich, so dass heuristische Verfahren hier einen zentralen Stellenwert besitzen. Dennoch kann festgehalten werden, dass die Größe der exakt lösbaren Modelle kontinuierlich ansteigt: Im Jahr 2005 wird der Weltrekord von einer amerikanischen Forschergruppe gehalten, die die so genannte Schweden-Tour mit 24.978 Orten exakt optimiert hat (vgl. Suhl, Mellouli, 2006).

Literaturverzeichnis

- Agarwal, Y., Mathur, K. and Salkin, H.M. (1989):** A set-partitioning-based exact algorithm for vehicle routing problem. *Networks* 19, S. 731-749.
- Altinkemer, K. and Gavish, B. (1991):** Parallel savings based heuristic for the delivery problem. *Operations Research* 39, S. 456-469.
- Assad, A.A. (1988):** Modelling and Implementation Issues in Vehicle Routing. In: [Golden B.L., Assad A.A. (Hrsg.) (1988), S. 7-45].
- Assad, A.A., Golden, B.L. (1995):** Arc Routing Methods and Applications. In: [Ball M.O. et al. (1995), S. 375-483].
- Baker, E.K. (1983):** An exact algorithm for the time-constrained traveling salesman problem. *Operations Research* 31, S. 65-73.
- Balinski, M.L. and Quandt, R.E. (1964):** On an integer program for a delivery problem. *Operations Research* 12, S. 300-304.
- Ball, M.O., Magnanti, T.L., Monma, C.L., Nemhauser, G.L. (Hrsg.) (1995):** Network Routing. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 8, North-Holland, Amsterdam.
- Bergmann, M. (1998):** Tourenplanung mit Zeitfenstern -ein Überblick. Shaker, Aachen, zgl. Dissertation, Universität Hagen 1997.
- Bodin, L., Golden, B.L. (1981):** Classification in Vehicle Routing and Scheduling. *Networks*, Vol. 11, S. 97-108.
- Bodin, L., Golden, B.L., Assad, A.A., Ball, M. (1983):** Routing and Scheduling of Vehicles and Crews -the State of the Art. *Computers & Operations Research*. Vol. 10, S. 63-211.
- Bodin, L., Maniezzo, V., Mingozzi, A. (1999):** Street Routing and Scheduling Problems. In: [Hall R.W. (1999), S. 395-432]
- Bramel, J. and Simchi-Levi, D. (1995):** A location based heuristic for general routing problems. *Operations Research* 43, S. 649-660.

- Brandão, J., Mercer, A. (1997):** A Tabu Search Algorithm for the Multi Trip Vehicle Routing and Scheduling Problem. *European Journal of Operational Research*, Vol. 100, S. 180-191.
- Brandão, J., Mercer, A. (1998):** The Multi-Trip Vehicle Routing Problem. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 49, S. 799-805.
- Bräysy, O., Gendreau, M. (2001):** Tabu Search Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Internal Report STF42A01022, Department of Optimisation, SINTEF Applied Mathematics, Oslo 2001.
- Bräysy, O., Gendreau, M. (2004):** Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*.
- Bruns, A.D. (1998):** Zweistufige Standortplanung unter Berücksichtigung von Tourenplanungsaspekten - Primale Heuristiken und lokale Suchverfahren. Dissertation Nr. 2152, Universität St. Gallen.
- Bullnheimer, B., Hartl, R.F. and Strauss, C. (1997):** Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem. Paper presented at 2nd International Conference on Metaheuristics, Sophia-Antipolis.
- Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A., Savelsbergh, M. (1998):** The Inventory Routing Problem. In: [Crainic T.G., Laporte G. (Hrsg.) (1998), S. 95-113].
- Campbell, A.M., Clarke, L.W., Savelsbergh, M.W.P. (2002):** Inventory Routing in Practice. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 309-330].
- Casco, D.O., Golden, B.L., Wasil, E.A. (1988):** Vehicle Routing with Backhauls: Models, Algorithms, and Case Studies. In: [Golden B.L., Assad A.A. (Hrsg.) (1988), S. 127-147].
- Chao, I.-M., Golden, B.L., Wasil, E.A. (1998):** A New Algorithm for the Site-Dependent Vehicle Routing Problem. In: Woodruff D.L. (Hrsg.): *Advances in Computational and Stochastic Optimization, Logic and Heuristic Search. Interfaces in Computer Science and Operations Research*, Kluwer, Boston 1998, S. 301-312.
- Chao, I.-M., Golden, B.L., Wasil, E.A. (1999):** A Computational Study of a New Heuristic for the Site-Dependent Vehicle Routing Problem. *INFOR*, Vol. 37, S. 319-336.
- Christofides, N. (1985):** Vehicle Routing. In: *The Traveling Salesman Problem, A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, hrsg. v. Lawler, E.L., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G and Shmoys, D.B., John Wiley & Sons, S. 430-449.
- Christofides, N. and Eilon, S. (1972):** Algorithms for large-scale traveling salesman problems. *Operational Research Quarterly* 23, S. 511-518.
- Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1979):** The Vehicle Routing Problem. In: *Combinatorial optimization*, hrsg. v. Christofides, N. et al., Wiley, Chichester, S. 315-338.
- Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1981a):** Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. *Mathematical Programming* 20, S. 255-282.
- Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1981b):** State space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems. *Networks* 11, S. 145-164.
- Clarke, G. and Wright, J.W. (1964):** Scheduling vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research* 12, S. 568-581.

- Cordeau, J.-F., Laporte, G. (2001):** A Tabu Search Algorithm for the Site Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows. *INFOR*, Vol. 39, S. 292-298.
- Cordeau, J.-F., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M.M., Soumis, F. (2002):** VRP with Time Windows. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 157-193].
- Cordeau, J.-F., Laporte, G. (2002):** The Dial-a-Ride Problem: Variants, Modeling Issues and Algorithms. *Les Cahiers du GERAD G-2002-25*, Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions, École des Hautes Études Commerciales de Montréal 2002.
- Cordeau, J.-F., Laporte, G. and Mercier, A. (2001):** A unified tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. *Journal of the Operational Research Society* 52, S. 928-936.
- Cordeau, J.-F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y. and Semet, F. (2002):** A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research Society* 53, S. 512-522.
- Crainic, T.G., Laporte, G. (Hrsg.) (1998):** Fleet Management and Logistics. Kluwer, Boston .
- Croes, G.A. (1958):** A method for solving traveling salesman problems. *Operations Research* 6, S. 791-812.
- De Jong, K.A. (1975):** An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. Ph.D. thesis, University of Michigan.
- Dell, R.F., Batta, R. and Karwan, M.H. (1996):** The multiple vehicle TSP with time windows and equity constraints over a multiple day horizon. *Transportation Science* 30, S.120-133.
- Desrochers, M., Jones, C.V., Lenstra, J.K., Savelsbergh, M.W.P., Stougie, L. (1999):** Towards a Model and Algorithm Management System for Vehicle Routing and Scheduling Problems. *Decision Support Systems*, Vol. 25, S. 109-133.
- Desaulniers, G., Desrosiers, J., Erdmann, A., Solomon, M.M., Soumis, F. (2002):** VRP with Pickup and Delivery. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 225-242].
- Desrochers, M., Lenstra, J.K., Savelsbergh, M.W.P. (1990):** A Classification Scheme for Vehicle Routing and Scheduling Problems *European Journal of Operational Research*, Vol.46, S.322-332.
- Desrochers, M., Lenstra, J.K., Savelsbergh, M. and Soumis, F. (1988):** Vehicle Routing with Time Windows : Optimization and Approximation. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, Volume 16, hrsg. v. Golden, B.L. and Assad, A.A., Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, S. 65-84.
- Desrochers, M. and Verhoog, T.W. (1989):** A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem. *Les Cahiers du GERAD G-89-04*, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Montreal.
- Desrochers, M., Lenstra, J.K. and Savelsbergh, M. (1990):** A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems. *European Journal of Operational Research* 46, S. 322-332.
- Desrochers, M. and Rousseau, J.-M. (1992):** Computer-aided transit scheduling. Springer, Berlin.
- Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M.M., Soumis, F. (1995):** Time Constrained Routing and Scheduling. In: [Ball M.O. et al. (1995), S. 35-139].
- Desrosiers, J., Soumis, F. and Desrochers, M. (1984):** Routing with time windows by column generation. *Networks* 14, S. 545-565.

- Desrosiers, J., Sauvé, M. and Soumis, F. (1985):** Lagrangian Relaxation Methods for Solving the Minimum Fleet Size Multiple Traveling Salesman Problem with Time Windows. Publication 396, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.
- Domschke, W. (1997):** Logistik (Bd. 2): Rundreisen und Touren, 4. Auflage, Oldenbourg, München.
- Dror, M. (2000):** Arc Routing-Theory, Solutions and Applications. Kluwer, Boston.
- Eilon, S., Watson-Gandy, C.D.T. and Christofides, N. (1971):** Distribution Management: Mathematical Modelling and Practical Analysis, Griffin, London.
- Elchner, J. (1989):** Die Tourenkonstruktion bei heterogenem Fuhrpark. CH-Verlag, Regensburg, zgl. Dissertation, Universität Regensburg 1989.
- Fischetti, M.L., Toth, P. and Vigo, D. (1994):** A branch-and-bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem on directed graphs. Operations Research 42, S. 846-859.
- Fisher, M.L. and Jaikumar, R. (1978):** A decomposition algorithm for large-scale vehicle routing. Working Paper 78-11-05, Department of Decision Sciences, University of Pennsylvania.
- Fisher, M.L. and Jaikumar, R. (1981):** A generalized assignment heuristic for vehicle routing. Networks 11, S.109-124.
- Fisher, M.L. (1994):** Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees. Operations Research 42. S. 626-642.
- Fleischmann, B. (1990):** The Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles. Forschungsbericht Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg.
- Fleischmann, B. (1994):** Tourenplanung. In: Logistik: Beschaffung, Produktion, Distribution, hrsg. v. Isermann H., Verlag Moderne Industrie, Landsberg, S. 211-225.
- Foster, B. and Ryan, D. (1976):** An integer programming approach to the vehicle scheduling problem. Operational Research Quarterly 27, S. 367-384.
- Gaskell, T.J. (1967):** Bases of vehicle fleet scheduling. Operational Research Quarterly 18, S. 281-295.
- Gendreau, M., Laporte G., Séguin R. (1996):** Stochastic Vehicle Routing. European Journal of Operational Research, Vol. 88, S. 3-12.
- Gendreau, M., Potvin, J.-Y. (1998):** Dynamic Vehicle Routing and Dispatching. In: [Crainic T.G., Laporte G. (Hrsg.) (1998), S. 115-126].
- Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., Taillard, É.D. (1999):** A Tabu Search Heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. Computers & Operations Research, Vol. 26, S.1153-1173.
- Gendreau, M., Hertz, A. and Laporte, G. (1992):** New insertion and post optimization procedures for the traveling salesman problem. Operations Research 40, S. 1086-1094.
- Gendreau, M., Hertz, A. and Laporte, G. (1994):** A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. Management Science 40, S.1276-1290.
- Ghiani, G., Laporte, G. (2001):** Location-Arc Routing Problems. Opsearch, Vol. 38, S. 151-159.

- Ghiani, G., Hertz, A., Laporte G. (2002):** Recent Algorithmic Advances for Arc Routing Problems. In: Kozan E., Ohuchi A. (Hrsg.): Operations Research/Management Science at Work. Kluwer, Boston 2002, S. 1-20.
- Ghiani, G., Guerriero, F., Laporte, G., Musmanno, R. (2003):** Real-Time Vehicle Routing: Algorithms and Parallel Computing Strategies. European Journal of Operational Research, Vol. 151, S. 1-11.
- Gietz, M. (1994):** Computergestützte Tourenplanung mit zeitkritischen Restriktionen. Physica-Verlag, Heidelberg.
- Gillett, B.E. and Miller, L.R. (1974):** A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem. Operations Research 22, S. 340-349.
- Glover, F. (1986):** Future Paths for the Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. Computers and Operations Research 13, S. 533-549.
- Goldberg, D. (1989):** Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison Wesley Publishing Company Inc, New York.
- Golden, B.L., Assad, A.A., Levy, L., Gheysens, F.G. (1984):** The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem. Computers & Operations Research, Vol. 11, S. 49-65.
- Golden, B.L., Wasil, E.A. (1987):** Computerized Vehicle Routing in the Soft Drink Industry. Operations Research, Vol. 35, S. 6-17.
- Golden, B.L., Assad, A.A. (Hrsg.) (1988):** Vehicle Routing: Methods and Studies. North-Holland, Amsterdam.
- Golden, B.L., Laporte, G., Taillard, É.D. (1997):** An Adaptive Memory Heuristic for a Class of Vehicle Routing Problems with Minmax Objective. Computers & Operations Research, Vol. 24, S. 445-452.
- Golden, B.L., Assad, A.A., Wasil, E.A. (2002):** Routing Vehicles in the Real World: Applications in the Solid Waste, Beverage, Food, Dairy, and Newspaper Industries. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 245-286].
- Guignard, M. (1984):** Lagrangian Decomposition: an Improvement over Lagrangian and Surrogate Duals. Report 62, Department of Statistics, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Hadjiconstantinou, E., Roberts, D. (2002):** Routing Under Uncertainty: An Application in the Scheduling of Field Service Engineers. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 331-352].
- Hall, R.W. (1999):** Handbook of Transportation Science. International Series in Operations Research and Management Science, Vol. 23, Kluwer, Boston.
- Haouari, M., Dejax, P.J. and Desrochers, M. (1990):** Modelling and solving complex vehicle routing problems using column generation. Working Paper, LEIS, Ecole Centrale de Paris.
- Hellmann, A. (1984):** Theorie und Praxis von Routing-Problemen: Lösungsverfahren zur Tourenplanung im Eindepot – und Mehrdepot-Fall. SNV Studiengesellschaft Nahverkehr mbH, Verlag Martienss, Schwarzenbek.
- Hertz, A. (2002):** Recent Trends in Arc Routing. Les Cahiers du GERAD G-2002-51, Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions, École des Hautes Études Commerciales de Montréal 2002.

- Holland, J.H. (1975):** Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Holmes, R.A. and Parker, R.G. (1976):** A vehicle scheduling procedure based upon savings and a solution perturbation scheme. Operational Research Quarterly 27, S. 83-92.
- Jörnsten, K.O., Nasberg, M. and Smeds, P.A. (1985):** Variable Splitting – a New Lagrangian Relaxation Approach to Some Mathematics. Linköping Institute of Technology.
- Kinderwater, G.A.P. and Savelsbergh, M. (1997):** Vehicle Routing: Handling Edge Exchanges. In: Local Search in Combinatorial Optimization, hrsg. v. Aarts, E.H.L. and Lenstra, J.K., Wiley, Chichester.
- Klose, A. (2001):** Standortplanung in distributiven Systemen - Modelle, Methoden, Anwendungen. Physica, Heidelberg.
- Kolen, A.W.J., Rinnooy, A.H.G. and Trienskens, H.W.J.M. (1987):** Vehicle Routing with Time Windows. Operations Research 35, S. 266-273.
- Landgraf, A. (1995):** Vehicle Routing: Implementierung und Analyse der „Parallel Savings Based Heuristic“. [Online] URL: <http://members.chello.at/alandgraf/diplom/diplom.pdf>
- Laporte, G. (1988):** Location Routing Problems. In: [Golden B.L., Assad A.A. (Hrsg.) (1988), S. 163-197].
- Laporte, G., Osman, I.H. (1995):** Routing Problems: A Bibliography. Annals of Operations Research, Vol. 61, S. 227-262.
- Laporte, G., Norbert, Y. and Desrochers, M. (1985):** Optimal routing under capacity and distance restrictions. Operations Research 33, S. 1050-1073.
- Laporte, G., Mercure, H. and Norbert, Y. (1986):** An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. Networks 16, S. 33-46.
- Laporte, G. (1992):** The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithm. European Journal of Operational Research 59, S. 345-358.
- Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J.-Y. and Semet, F. (1999):** Classical and Modern Heuristics for the Vehicle Routing Problem. Les Cahiers du GERAD G-99-21.
- Lin, S. (1965):** Computer solutions of the traveling salesman problem. Bell System Technical Journal 44, S. 2245-2269.
- Lin, S. and Kernighan, B.W. (1973):** An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. Operations Research 31, S. 498-516.
- Liu, F.-H., Shen, S.-Y. (1999):** The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows. Journal of the Operational Research Society, Vol. 50, S. 721-732.
- Matthäus, F. (1978):** Tourenplanung - Verfahren zur Einsatzdisposition von Fuhrparks. STMV, Darmstadt.
- Min, H., Jayaraman, V., Srivastava, R. (1998):** Combined Location-Routing Problems: A Synthesis and Future Research Directions. European Journal of Operational Research, Vol. 108, S.1-15.
- Mole, R. and Jameson, S. (1976):** A sequential route-building algorithm employing a generalised savings criterion. Operational Research Quarterly 27, S. 503-511.

- Mundigl, R. (1995):** Ansätze Künstlicher Neuronaler Netze zur Lösung von Tourenplanungsproblemen. Lang, Frankfurt/M.
- Nag, B., Golden, B.L., Assad, A.A. (1988):** Vehicle Routing with Site Dependencies. In: [Golden B.L., Assad A.A. (Hrsg.) (1988), S. 149-159].
- Nagy, G., Salhi, S. (1999):** Consistency and Robustness in Location-Routing. Studies in Locational Analysis, Vol. 13, S. 3-19.
- Ochi, L.S., Vianna, D.S., Drummond, L.M.A., Victor, A.O. (1998a):** A Parallel Evolutionary Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet. Future Generation Computer Systems, Vol. 14, S. 285-292.
- Ochi, L.S., Vianna, D.S., Drummond, L.M.A., Victor, A.O. (1998b):** An Evolutionary Hybrid Metaheuristic for Solving the Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet. In: Banzhaf W., Poli R., Schoenauer M., Fogarty T.C. (Hrsg.): Genetic Programming. Lecture Notes on Computer Science.
- Or, I. (1976):** Traveling salesman-type combinatorial problems and their relations to the logistics of blood-banking. Ph.D. thesis, Northwestern University.
- Orloff, C. (1976):** Route-constrained fleet scheduling. Transportation Science 10, S. 149-168.
- Osman, I.H., Salhi, S. (1996):** Local Search Strategies for the Vehicle Fleet Mix Problem. In: [Rayward-Smith V.J., Osman I.H., Reeves C.R., Smith G.D. (Hrsg.) (1996), S. 131-153].
- Osman, I.H., Wassan, N.A. (2002):** A Reactive Tabu Search Meta-Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Back-Hauls. Journal of Scheduling, Vol. 5, S. 263-285.
- Paessens, H. (1981):** Tourenplanung bei der regionalen Hausmüllentsorgung. Nr. 26 der Schriften des Instituts für Siedlungswasserwirtschaft, Universität Karlsruhe.
- Paessens, H. (1988):** The savings algorithm for the vehicle routing problem. European Journal of Operational Research 34, S. 336-344.
- Petch, R.J., Salhi, S. (2003):** A Multi-Phase Constructive Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips. Discrete Applied Mathematics, Vol. 133, S. 69-92.
- Prins, C. (2002):** Efficient Heuristics for the Heterogeneous Fleet Multitrip VRP with Application to a Large-Scale Real Case. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, Vol. 1, S. 135-150.
- Psaraftis, H.N. (1988):** Dynamic Vehicle Routing Problems. In: [Golden B.L., Assad A.A. (Hrsg.) (1988), S. 223-248].
- Psaraftis, H.N. (1995):** Dynamic Vehicle Routing: Status and Prospect. Annals of Operations Research, Vol. 61, S. 143-164.
- Psaraftis, H. (1988):** Dynamic vehicle routing problems. In: Vehicle Routing: Methods and Studies, Volume 16, hrsg. v. Golden, B.L. and Assad, A.A., Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, S. 223-248.
- Ralphs, T.K., Kopman, L., Pullybank, W.R. and Trotter, L.E. (2001):** On the Capacitated Vehicle Routing Problem. [Online] URL: <ftp://branchandcut.org/pub/reference/vrp.pdf>
- Rao, M.R. and Zions, S. (1968):** Allocation of transportation units to alternative trips – A column generation scheme with out-of-kilter subproblems. Operations Research 16, S. 52-63.

- Rayward-Smith, V.J., Osman, I.H., Reeves, C.R., Smith, G.D. (Hrsg.) (1996):** Modern Heuristic Search Methods. Wiley, Chichester.
- Rego, C. and Roucairol, C. (1996):** A Parallel Tabu Search Algorithm using Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem. In: Meta-Heuristics: Theory and Applications, hrsg.v. Osman, I.H. and Kelly, J.P., Kluwer, Boston.
- Reichardt, E. (1980):** Modelle und Verfahren der Unternehmensforschung zur Lösung von Tourenplanungsproblemen. Dissertation, Universität Regensburg 1980.
- Renaud, J., Boctor, F.F. (2002):** A Sweep-Based Algorithm for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 140, S. 618-628.
- Renaud, J., Boctor, F.F. and Laporte, G. (1996a):** A fast composite heuristic for the symmetric traveling salesman problem. INFORMS Journal on Computing, S. 134-143.
- Renaud, J., Boctor, F.F. and Laporte, G. (1996b):** An improved petal heuristic for the vehicle routing problem. Journal of Operational Research Society 47, S. 329-336.
- Ribeiro, C.C. and Soumis, F. (1994):** A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. Operations Research 42, S. 41-52.
- Rochat, Y., Semet, F. (1994):** A Tabu Search Approach for Delivering Pet Food and Flour in Switzerland. Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, S. 1233-1246.
- Rochat, Y. and Taillard, E.D. (1995):** Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. Journal of Heuristics 1, S. 147-167.
- Röscher, P. (1993):** Rechnergestützte Tourenplanung unter besonderer Berücksichtigung praktischer Restriktionen. Dissertation, Universität Bremen 1993.
- Russell, R.A. (1977):** An effective heuristic for the m-tour traveling salesman problem with some side constraints. Operations Research 25, S. 517-524.
- Ryan, D.M., Hjorring, C. and Glover, F. (1993):** Extensions of the petal method for vehicle routing. Journal of Operational Research Society 44, S. 289-296.
- Salhi, S., Sari, M., Saidi, D., Touati, N.A.C. (1992):** Adaption of Some Vehicle Fleet Mix Heuristics. Omega, Vol. 20, S. 653-660.
- Savelsbergh, M. (1990):** A parallel insertion heuristic for vehicle routing with side-constraints. Statistica Neerlandica 44, S. 139-148.
- Savelsbergh, M. (1991):** The vehicle routing problem with time windows: minimizing route duration. Working Paper (COSOR Memorandum 91-03), Eindhoven University of Technology.
- Scheuerer, S. (2004):** Neue Tabusuche-Heuristiken für die logistische Tourenplanung bei restringierendem Anhängereinsatz, mehreren Depots und Planungsperioden. Dissertation, Universität Regensburg 2004.
- Sniecek, J., Bodin, L., Levy, L., Ball, M. (2002):** Capacitated Arc Routing Problem with Vehicle-Site Dependencies: The Philadelphia Experience. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.)(2002), S. 287-308].
- Steckhan, H. (1997):** Trimming the Savings Algorithm to Route Heterogenous Vehicles and to Initiate Tabu Search for Improvement. Regensburger Diskussionsbeiträge zur Wirtschaftswissenschaft Nr. 297, Universität Regensburg 1997.

- Suhl, L., Mellouli, T. (2006):** Optimierungssysteme – Modelle, Methoden, Software, Anwendungen. Springer - Verlag, Berlin Heidelberg New York
- Taillard, É.D. (1999):** Heuristic Column Generation Method for the Heterogeneous Fleet VRP. Publikation CRT-96-03, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal 1996, zgl. RAIRO Operations Research, Vol. 33, S. 1-14.
- Taillard, É.D., Laporte, G., Gendreau, M. (1996):** Vehicle Routing with multiple Use of Vehicles. Journal of the Operational Research Society, Vol. 47, S.1065-1070.
- Taillard, E.D. (1993):** Parallel Iterative Search Methods for Vehicle Routing Problems. Networks 23, S. 661-673.
- Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., Vassiliadis, V.S. (2004):** A Threshold Accepting Metaheuristic for the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 152, S. 148-158.
- Thompson, P.M. and Psaraftis, H.N. (1993):** Cyclic transfer algorithms for the multivehicle routing and scheduling problem. Operations Research 41, S. 935-946.
- Toth, P., Vigo, D. (Hrsg.) (2002a):** The Vehicle Routing Problem. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia.
- Toth, P., Vigo, D. (2002b):** VRP with Backhauls. In: [Toth P., Vigo D. (Hrsg.) (2002), S. 195-224].
- Toth, P. and Vigo, D. (1998a):** Granular Tabu Search. Working Paper, DEIS, University of Bologna.
- Toth, P. and Vigo, D. (1998b):** Exact Solution of the Vehicle Routing Problem. In: [Crainic T.G., Laporte G. (Hrsg.) (1998), S. 1-31].
- Tung, D.V., Pinnoi, A. (2000):** Vehicle Routing-Scheduling for Waste Collection in Hanoi. European Journal of Operational Research, Vol. 125, S. 449-468.
- Tuzun, D., Burke, L.I. (1999):** A Two-Phase Tabu Search Approach to the Location Routing Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 116, S. 87-99.
- Tyagi, M. (1968):** A practical method for the truck dispatching problem. Journal of Operations Research Society of Japan, S. 76-92.
- Van Breedam, A. (1995):** Vehicle Routing: Bridging the Gap between Theory and Practice. Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science, Vol. 35, S. 63-80.
- Van Breedam, A. (1994):** An Analysis of the Behavior of Heuristics for the Vehicle Routing Problem for a Selection of Problems with Vehicle-Related, Customer-Related and Time-Related Constraints. Ph.D. dissertation, University of Antwerp.
- Van Breedam, A. (2002):** A parametric analysis of heuristics for the vehicle routing problem with side-constraints. European Journal of Operational Research 137, S. 348-370.
- Vigo, D. (1996):** A Heuristic Algorithm for the Asymmetric Capacitated Vehicle Routing Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 89, S. 108-126.
- Wark, P. and Holt, J. (1994):** A repeated matching heuristic for the vehicle routing problem. Journal of the Operational Research Society 45, S. 1156-1167.
- Wassan, N.H., Osman, I.H. (2002):** Tabu Search Variants for the Mix Fleet Vehicle Routing Problem. Journal of the Operational Research Society, Vol. 53, S. 768-782.

- Webb, M. (1972):** Relative performance of some sequential methods of planning multiple delivery journeys. *Operational Research Quarterly* 23, S. 361-372.
- Xu, J. and Kelly, J.P. (1996):** A network flow-based tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Transportation Science* 30, S. 379-393.
- Yellow, P.C. (1970):** A computational modification to the savings method of vehicle scheduling. *Operational Research Quarterly* 21, S. 281-283.
- Ziegler, H.-J., Binder, G., Niemeier, H.-V. and Schrenk, H. (1988):** Computergestützte Transport- und Tourenplanung. Expert Verlag, Ehningen.